



Serie Documentos de Trabajo
Superintendencia de Administradoras de Fondos de Pensiones
Huérfanos 1273, Piso 2.
Santiago, Chile.

www.safp.cl

DOCUMENTO DE TRABAJO N°3

CUANTIFICACIÓN DE LOS COSTOS DE LOS LÍMITES
DE INVERSIÓN PARA LOS FONDOS DE PENSIONES
CHILENOS

Solange Berstein
Rómulo Chumacero

Abril 2005



Los **Documentos de Trabajo** son una línea de publicaciones de la Superintendencia de Administradoras de Fondos de Pensiones, que tienen por objeto divulgar trabajos de investigación económica realizados por profesionales de esta institución o encargados a terceros. Con ello se pretende incentivar la discusión y debate sobre temas relevantes del sistema previsional o que incidan en él, así como ampliar los enfoques sobre estos fenómenos.

Los trabajos aquí publicados tienen carácter preliminar y están disponibles para su discusión y comentarios.

Los contenidos, análisis y conclusiones que puedan derivar de los documentos publicados son de exclusiva responsabilidad de su(s) autor(es) y no reflejan necesariamente la opinión de la Superintendencia de A.F.P.

Si requiere de mayor información o desea tomar contacto con quienes editan estos documentos, contacte a: documentosdetrabajo@safp.cl

Si desea acceder a los títulos ya publicados y/o recibir las futuras publicaciones, por favor regístrese en nuestro sitio web: www.safp.cl

Superintendencia de Administradoras de Fondos de Pensiones
Huérfanos 1273, Piso 2.
Santiago, Chile.
www.safp.cl

CUANTIFICACIÓN DE LOS COSTOS DE LOS LÍMITES DE INVERSIÓN PARA LOS FONDOS DE PENSIONES CHILENOS

SOLANGE BERSTEIN
Superintendencia de AFP

RÓMULO CHUMACERO
Banco Central de Chile

RESUMEN

Desde la creación del sistema en 1981, las Administradoras de Fondos de Pensiones (AFPs) no han podido elegir libremente sus carteras de inversión. Esto es producto de una estricta regulación de las inversiones, específicamente a través de restricciones cuantitativas: límites. Uno de los elementos importantes en el diagnóstico implícito en esta regulación es que el mercado de capitales en Chile, a comienzos de los ochenta, no estaba suficientemente desarrollado. A esto se le suma la percepción de importantes problemas de asimetrías de información por parte de los afiliados que se ven obligados a invertir fondos en las AFPs y la existencia de garantías estatales. Asimismo, existía una fuerte demanda interna por financiamiento, por lo que parecía más conveniente el destinar esos recursos a satisfacer dichas demandas, prohibiendo la inversión en el extranjero. Aun cuando existían motivos para implementar un restrictivo régimen de inversiones, esto no está exento de costos, puesto que esta regulación implica una combinación de riesgo-retorno ineficiente. Este artículo intenta cuantificar dichos costos.

Palabras clave: Fondo de Pensiones, elección de portfolio, Valor en Riesgo, límites.

1 INTRODUCCIÓN

Muchos países han realizado reformas de sus sistemas de seguridad social en los últimos años, cambiando de sistemas de reparto a sistemas de capitalización con cuentas individuales. Una de las principales razones para estas reformas es que la transición demográfica observada alrededor del mundo implica una caída de tasas de natalidad y un aumento en las expectativas de vida lo que ha redundado en un decrecimiento de la proporción de trabajadores activos a pensionados.¹

Usualmente manejados por el gobierno, los sistemas de reparto no eran generalmente eficientes. Más aún, debido a presiones políticas, en muchos casos los fondos fueron usados para diferentes propósitos. Luego de la reforma en Chile, así como en otros países, la administración del sistema de capitalización usualmente fue delegada a firmas privadas conocidas como Administradoras de Fondos de Pensiones (AFPs). Se espera que la competencia entre estas firmas lleve a una inversión de los recursos y provisión de pensiones eficiente. Sin embargo, en respuesta al problema agente-principal que puede surgir en este mercado, la regulación impone restricciones importantes en las inversiones. La necesidad de estas regulaciones se ve reforzada por ser este un mercado que se caracteriza por la obligatoriedad de las contribuciones y la existencia de garantías del gobierno, aspectos que pueden inducir a la falta de interés por parte de los clientes en los productos de pensiones, debilitando la competencia de mercado.

Considerado como un ejemplo pionero de esta transición, Chile comenzó su reforma de pensiones en 1981.² Desde entonces, varias regulaciones han sido adoptadas y modificadas. Este documento se enfoca en los efectos de una de estas: la regulación que ha impedido que las AFPs puedan libremente elegir la distribución de su portafolio. Se analizan los costos potenciales de estos límites en las pensiones recibidas por los trabajadores que se retiran, desde el punto de vista de los riesgos y retornos que han enfrentado, y las consecuencias en bienestar de esta regulación.³

Sin embargo, cualquier implicancia de equilibrio general que la implementación del sistema de capitalización o su regulación pudiera haber tenido se encuentra ausente del análisis. Por lo tanto, en la cuantificación de costos, se construyen escenarios contra factuales mediante la imposición de restricciones que hacen que el análisis sea lo más realista posible, pero no se evalúan algunos de los beneficios posibles de la regulación que pueden surgir del equilibrio general. Corbo y Schmidt-Hebbel (2003) cuantifican los efectos del sistema de fondos de pensiones Chileno en el desarrollo de los mercados de capitales, en la asignación de recursos y en el crecimiento.⁴ Sin embargo, a partir de este trabajo no es posible identificar como se relacionan estos resultados con la regulación imperante.

¹ Para un análisis detallado de las reformas a los fondos de pensiones vea Valdés (1997).

² Ver Cheyre (1991) y Superintendencia de Administradoras de Fondos de Pensiones (2003)

³ Cardinale (2003) intenta encontrar el portafolio óptimo en ausencia de límites a la inversión, pero no considera la regulación específica a la inversión en Chile.

⁴ Vea Vitas (1996)

Este documento se encuentra organizado de la siguiente manera: la Sección 2 brevemente describe la regulación a los límites de inversión que las AFPs han enfrentado. La Sección 3 discute la metodología utilizada para evaluar las consecuencias de la regulación. La Sección 4 presenta los resultados. Finalmente, la Sección 5 entrega las conclusiones.

2 LA INDUSTRIA DE FONDOS DE PENSIONES CHILENA

Siendo un mercado al cual los trabajadores se encuentran obligados a contribuir (i.e., a comprar el producto) y pueden no estar bien informados respecto a las características específicas de lo que están comprando, la industria de Fondos de Pensiones esta sujeta a una fuerte regulación de las inversiones.⁵ A su vez, los servicios prestados por las AFPs a sus contribuyentes también son regulados (las pensiones que pueden ofrecer y la información que deben proveer). Asimismo, en cierta medida, los precios también se encuentran regulados, en el sentido que tienen que ser un monto fijo y/o un porcentaje de los ingresos imponibles por contribución.

El supuesto bajo el cual se decide establecer estas regulaciones es que los problemas de agencia requieren la implementación de mecanismos diseñados para asegurar el manejo seguro y adecuado de los fondos. Cuando el sistema fue diseñado, se esperaba que la competencia llevara a la oferta de combinaciones riesgo-retorno adecuadas, precios bajos y provisión eficiente de servicios. Sin embargo, con el objeto de proteger a los consumidores desinformados, la regulación limita la diferenciación y la competencia, lo que es considerado necesario en el caso de un producto obligatorio con garantías gubernamentales involucradas. Con todo, cabe destacar que de acuerdo al análisis presentado en este artículo, esta regulación no esta exenta de costos.

2.1 REGULACIÓN DE LA INVERSIÓN

Con el objeto de garantizar la seguridad de los Fondos de Pensión, la regulación determina que los recursos sólo pueden ser invertidos en instrumentos que se encuentren autorizados por Ley (DL 3.500 de 1980). Estos instrumentos son activos financieros de oferta pública, que si no son emitidos por el gobierno o el Banco Central de Chile u otros países, su emisión es supervisada por alguna agencia de gobierno como la Superintendencia de Valores y Seguros, Superintendencia de Bancos e Instituciones Financieras o sus similares en otros países.⁶

Entre los instrumentos financieros que son actualmente autorizados por la Ley de Fondos de Pensiones se encuentran los siguientes: Títulos del Estado emitidos por el Banco Central de Chile y la Tesorería General de la República, Bonos de

⁵ Aún después de 20 años de existencia del sistema de pensiones Chileno, los afiliados parecen no estar bien informados acerca de precios, retornos y otras variables importantes. De acuerdo a encuestas realizadas en el 2001 (Barómetro-CERC) y en el 2002 (Encuesta HLSS), más de un 90% de los afiliados no conoce cuánto se les cobraba por las AFPs por concepto de administración. La falta de información en las pensiones o de educación financiera en general parece no ser una característica sólo Chilena, sino que se observa alrededor del mundo (Bernheim, 1998; D'ambrosio, 2003).

⁶ Walker y Valk (1995) analizan las regulaciones a la inversión y sus desempeños.

Reconocimiento⁷, instrumentos emitidos por instituciones financieras (depósitos, pagarés, letras hipotecarias, bonos y acciones), bonos corporativos, acciones, partes de fondos de inversión e instrumentos extranjeros. Dentro de esta última categoría se encuentran instrumentos emitidos por Estados, Gobiernos y bonos y acciones de corporaciones. Los Fondos de Pensiones también pueden realizar operaciones de cobertura mediante el uso derivados en mercados nacionales e internacionales.

Las Administradoras de Fondos de Pensiones pueden invertir en una lista extensa de instrumentos. Sin embargo cada uno de ellos debe ser clasificado y aprobado como instrumento de inversión válido por una Comisión Clasificadora de Riesgo. En el caso de instrumentos de deuda, ellos requieren tener una evaluación entre AAA y BBB o equivalente, excepto en el caso de los instrumentos emitidos por el Estado, los cuales son automáticamente aprobados. En el caso de acciones, tienen que ser explícitamente aprobadas por la CCR, o cumplir algunos requerimientos específicos con respecto a sus resultados y activos.

Más aún, la Ley especifica un rango para el porcentaje máximo del fondo que puede ser invertido en cada uno de los instrumentos y el Banco Central fija el límite dentro de este rango. Existen límites por instrumento, por emisor, por riesgo, por grupo de instrumentos y algunos límites específicos por emisor que tienen relaciones de propiedad con el administrador del fondo de pensión.

Los límites por instrumentos han ido disminuyendo significativamente en el tiempo (Ver Tabla 1). En 1981 la inversión era permitida sólo en instrumentos nacionales de renta fija. Los máximos límites para los instrumentos estatales emitidos, instrumentos de instituciones financieras (como letras hipotecarias, depósitos y bonos) era de 100%. En el caso de bonos corporativos, el límite era de un 60% y no se permitía la inversión en renta variable o en el extranjero. A medida que el mercado de capitales local se desarrollaba, la inversión en algunas acciones fue permitida, con un máximo limitado por Ley de 30% en 1985. Inversiones en acciones de bienes raíces y acciones de corporaciones con propiedad concentrada fueron autorizadas en 1989 con un límite de acciones totales que aún era un 30%. En 1990 se introdujo un nuevo instrumento: participación en fondos de inversión, con un límite que llegaba a un 20%.

⁷ Estos bonos fueron emitidos por el Estado para reconocer las contribuciones que los trabajadores que se cambiaron al nuevo sistema hicieron en el sistema antiguo.

Tabla N°1

EVOLUCION LIMITES DE INVERSIÓN POR INSTRUMENTO

INSTRUMENTOS	1981		1985		1989		1990				
	Cota Inferior	Cota Superior	Cota Inferior	Cota Superior	Cota Inferior	Cota Superior	Cota Inferior	Cota Superior			
Títulos Estatales	50%						45%				
Letras Hipotecarias	40%	100%	40%	100%	40%	100%	40%	100%			
Depósitos a Plazo, Bonos, otros títulos representativos de captaciones y garantizados por Instituciones Financieras	40% si al menos 1/4 tiene plazo de vencimiento >= a 1 año. 30% si plazo de vencimiento es < a 1 año	100%									
Bonos Empresas Públicas y Privadas	30%	100%	30%	100%	30%	100%	30%	100%			
Acciones de Sociedades Anónimas Abiertas Desconcentradas	NO AUTORIZADO		10%	30%	10%	-	30%	10%	20%	30%	40%
Acciones de Sociedades Anónimas Inmobiliarias			NO AUTORIZADO			-		10%		30%	
Acciones de Sociedades Anónimas Abiertas Concentradas			NO AUTORIZADO			10%		30%			
Cuotas de Fondos de Inversión Mobiliaria	NO AUTORIZADO		NO AUTORIZADO		NO AUTORIZADO		10%	10%	20%	20%	
Cuotas de Fondos de Inversión Inmobiliaria							10%		20%		
Cuotas de Fondos de Inversión Desarrollo Empresas							0%		5%		
Cuotas de Fondos de Inversión de Créditos Securitizados							NO AUTORIZADO				
Cuotas de Fondos de Inversión Internacional	NO AUTORIZADO		NO AUTORIZADO		NO AUTORIZADO		NO AUTORIZADO				
Títulos Extranjeros de Renta Fija	NO AUTORIZADO		NO AUTORIZADO		NO AUTORIZADO		10%				
Títulos Extranjeros de Renta Variable	NO AUTORIZADO		NO AUTORIZADO		NO AUTORIZADO		NO AUTORIZADO				
Otros Instrumentos Autorizados por el Banco Central	NO AUTORIZADO		NO AUTORIZADO		NO AUTORIZADO		NO AUTORIZADO				
Operaciones Cobertura de Riesgo	NO AUTORIZADO		NO AUTORIZADO		NO AUTORIZADO		NO AUTORIZADO				

Cont. EVOLUCION LIMITES DE INVERSIÓN POR INSTRUMENTO

INSTRUMENTOS	1994				1996				1999			
	Cota Inferior		Cota Superior		Cota Inferior		Cota Superior		Cota Inferior		Cota Superior	
Títulos Estatales	35%		50%		35%		50%		35%		50%	
Letras Hipotecarias	35%		50%		35%		50%		35%		50%	
Depósitos a Plazo, Bonos, otros títulos representativos de captaciones y garantizados por Instituciones Financieras	30%		50%						30%		50%	
Bonos Empresas Públicas y Privadas	30%		50%		30%		50%		30%		50%	
Acciones de Sociedades Anónimas Abiertas Desconcentradas	30% (se elimina distinción entre concentradas y desconcent.)		40% (se elimina distinción entre concentradas y desconcent.)		30% (se elimina distinción entre concentradas y desconcent.)		40% (se elimina distinción entre concentradas y desconcent.)		30% (se elimina distinción entre concentradas y desconcent.)		40% (se elimina distinción entre concentradas y desconcent.)	
Acciones de Sociedades Anónimas Inmobiliarias	10% (Límite conjunto con cuotas de F.I. inmobiliaria)		20% (límite conjunto con cuotas de F.I. inmobiliaria)		10% (Límite conjunto con cuotas de F.I. inmobiliaria)		20% (límite conjunto con cuotas de F.I. inmobiliaria)		10% (Límite conjunto con cuotas de F.I. inmobiliaria)		20% (límite conjunto con cuotas de F.I. inmobiliaria)	
Acciones de Sociedades Anónimas Abiertas Concentradas												
Cuotas de Fondos de Inversión Mobiliaria	5%		10%		5%		10%		5%		10%	
Cuotas de Fondos de Inversión Inmobiliaria	10% (Límite conjunto con cuotas de F.I. inmobiliaria)		20% (límite conjunto con cuotas de F.I. inmobiliaria)		10% (Límite conjunto con cuotas de F.I. inmobiliaria)		20% (límite conjunto con cuotas de F.I. inmobiliaria)		10% (Límite conjunto con cuotas de F.I. inmobiliaria)		20% (límite conjunto con cuotas de F.I. inmobiliaria)	
Cuotas de Fondos de Inversión Desarrollo Empresas	2%		5%		2%		5%		2%		5%	
Cuotas de Fondos de Inversión de Créditos Securitizados	5%		10%		5%		10%		5%		10%	
Cuotas de Fondos de Inversión Internacional	NO AUTORIZADO				3% (se incorporan en sublímite de renta variable extranjera)		6% (se incorporan en sublímite de renta variable extranjera)		3% (se incorporan en sublímite de renta variable extranjera)		6% (se incorporan en sublímite de renta variable extranjera)	
Títulos Extranjeros de Renta Fija	6%	6%	12%	12%	6%	6%	12%	12%	10%	10%	20%	20%
Títulos Extranjeros de Renta Variable	3%		6%		3%		6%		5%		10%	
Otros Instrumentos Autorizados por el Banco Central	1%		5%		1%		5%		1%		5%	
Operaciones Cobertura de Riesgo	5%		15%		5%		15%		10%		25%	

No fue hasta 1990 que la inversión en el extranjero fue autorizada. Desde entonces, los límites han ido creciendo sistemáticamente. En un principio, los límites fueron fijados por el Banco Central en 2,5% en Enero de 1992 y aumentaron a 3% en Octubre del mismo año, y en 1995 subieron hasta 6%. Sin embargo, sólo se permitía la inversión en títulos de renta fija hasta Mayo del mismo año, cuando el límite a instrumentos de renta fija fue aumentado a un 9% y el límite para renta variable fue fijado en 4,5%, con un límite total de inversión en el extranjero de un 9%. En 1997 el límite para inversión en renta variable extranjera fue aumentado a un 6% y el límite para inversión total en el extranjero creció hasta un 12%. En Enero (Abril) de 1999, los límites para renta variable fueron relajados aún más a un 8% (10%) y los de renta fija a un 16% (20%), con un límite de 16% (20%) para la inversión total en el extranjero. Finalmente, en el año 2002 se introdujo el esquema de multifondos en el cual cada administradora ofrece cinco tipos de fondos, con carteras de inversiones diferenciadas. Es por ello que los límites se establecieron a partir de esa fecha en forma diferenciada para cada tipo de fondo, manteniéndose un límite global para la inversión en instrumentos extranjeros, los límites fueron fijados en 15% y 20%, para renta variable y fija, respectivamente.⁸ Cabe destacar que este artículo no analiza el período posterior a la incursión del sistema en el esquema de multifondos.

Los límites por emisor son expresados como porcentaje del fondo y porcentaje de los activos del emisor. El primero intenta capturar una mayor diversificación de las inversiones de los fondos de pensiones y el último busca evitar la posibilidad de tener un administrador de fondos de pensiones como controlador de un emisor específico. Sin embargo, estos límites son significativamente menores cuando el emisor tiene una relación de propiedad con el administrador de los fondos de pensiones. Por ejemplo, en el caso de acciones, el límite determinado como un porcentaje de las acciones del emisor fue disminuido de un 7% a un 2%.

Además, los Fondos de Pensiones están sujetos a una regulación de rentabilidad mínima. Ésta establece que los administradores son responsables de asegurar un retorno real promedio sobre los últimos doce meses, el cual debe exceder el retorno promedio de todos los Fondos menos un dos por ciento o el cincuenta por ciento del retorno promedio de todos los fondos, dependiendo de cual es menor.⁹ Con este objeto, las AFPs deben mantener un 1% del valor del fondo que administran (denominado la reserva de efectivo). Los recursos son utilizados si los retornos caen bajo la cota inferior. Cuando la diferencia no es cubierta por la reserva o con los fondos de la administradora, la autoridad debe cubrirla. Sin embargo, en este caso, o cuando la reserva de efectivo no es repuesta después de utilizada, la AFP es liquidada.

La regulación descrita anteriormente ha tenido efectos en la manera que las AFPs han elegido sus portafolios y por lo tanto en el riesgo y retorno de las inversiones que los

⁸ Los límites a la inversión en el extranjero han continuado aumentando. Por la Ley, este límite puede llegar a un 30% sin distinción entre instrumentos de renta fija y variable. El límite fijado por el Banco Central hasta marzo de 2004 fue de un 25% aumentándose al 30% en esa fecha.

⁹ La tasa de retorno promedio para calcular el retorno mínimo fue modificada de los últimos 12 meses a los últimos 36 meses en Agosto de 2002

afiliados han percibido y las pensiones que recibirán cuando se jubilan (Arrau y Chumacero, 1998; Valdés y Ramírez, 1999; Walter 1993a; Walter 1993b).

Recientemente, se introdujo una importante modificación a la Ley que permite a los Fondos de Pensiones invertir en cinco portafolios diferentes, y a los afiliados elegir el que mejor se acomode a sus preferencias de riesgo-retorno. Sin embargo, la regulación a la cual están sujetos estos Fondos, en términos de los límites de inversión, tiene una estructura similar a la que existía en el caso de un sólo Fondo. Adicionalmente existe un mecanismo de rentabilidad mínima que ahora es calculado para cada Fondo con un ancho de banda que es mayor para los Fondos más riesgosos. Estos cambios en la regulación pueden reducir los costos que han sido calculados aquí, pero el análisis de los efectos de este cambio en la regulación va más allá del ámbito del presente documento.

2.2 EVOLUCIÓN DEL PORTAFOLIO DE LAS AFPs

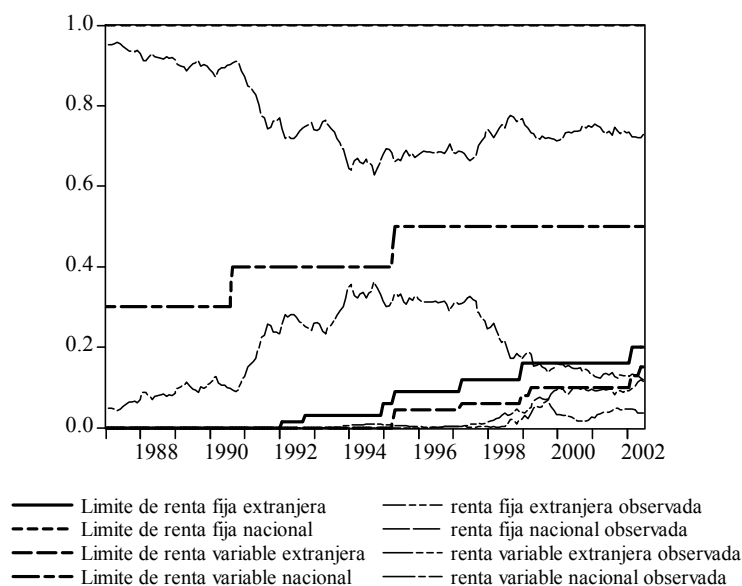
Como ya fue mencionado y observado en la figura 1, los límites de inversión han cambiado significativamente en el tiempo y las AFPs han tomado ventaja de este aumento en la flexibilidad. De hecho en Chile, en el caso de los instrumentos de renta variable, su participación ha tenido un crecimiento estable desde 1985, cuando se permitió su uso, hasta 1991. En ese año, el límite estaba prácticamente copado y fue aumentado de un 30% a un 40% en el caso de acciones e incorporó participaciones en fondos de inversión como instrumentos de inversión, aumentando el límite a un 50% en renta variable como un todo. Por otro lado, la inversión en el extranjero fue introducida como instrumento elegible en 1990. Al principio fue circunscrito a inversión en instrumentos de renta fija y se realizaron muy pocas inversiones en el extranjero. El límite fue aumentado sostenidamente y la inversión en el extranjero se convirtió en más y más importante, especialmente en instrumentos de renta variable, donde el límite esta casi copado desde el año 2000.¹⁰

3 CARACTERÍSTICAS DEL EJERCICIO

Este estudio intenta entregar una aproximación cuantitativa de los costos de los límites de inversión. Esta tarea no es fácil ya que se debe entregar un escenario contra factual plausible. Esto es, se tiene que evaluar cómo las AFPs hubieran elegido sus portafolios de inversión en la ausencia de límites.

¹⁰ Ver Zurita y Jara (1999) para un análisis de desempeño de los fondos de pensiones.

Figura N°1 Evolución de los Límites y las Inversiones de los Fondos de Pensiones



La premisa básica que se trata de seguir es priorizar la construcción de escenarios realistas, y cuando se enfrentan dudas, se elige modelar las decisiones que llevan a una subestimación de los costos de estos límites, por lo tanto se estarían entregando cotas inferiores.

Para la construcción del escenario contra factual se necesita explicitar:

- a) **Los instrumentos en los cuales las AFPs podrían haber invertido.** Las AFPs tienen numerosos instrumentos para elegir cuando toman sus decisiones de portafolio. Sin embargo, en este ejercicio se asume que sólo tiene cuatro, que corresponden más bien a categorías de instrumentos: Renta fija Chilena, Renta variable Chilena, Renta fija extranjera y Renta variable extranjera. Los precios representativos para estas categorías fueron aproximados por: Notas Promisorias del Banco Central de Chile con madurez de 8 años (PRC8), el Índice General de Precios de Acciones (IGPA) para los instrumentos de renta variable nacional, (PRC8), un índice basado en todos los bonos americanos y el DOWJONES respectivamente.¹¹ Como las AFPs tienen un rango mas amplio de instrumentos entre los cuales elegir, se espera que nuestros retornos simulados sean consistentemente menores que los actualmente realizados.
- b) **El retorno de cada uno de estos instrumentos.** Se asume que los retornos son independientes de las decisiones tomadas por las AFPs. En equilibrio general, los retornos de algunos de estos activos (particularmente los chilenos) pueden haber sido afectados por las decisiones de las AFPs y las restricciones de inversión que éstas han enfrentado. Si las AFPs chilenas tuvieran poder de mercado, las selecciones de

¹¹ El Anexo A entrega más detalles acerca de los datos.

portafolio se verían reflejadas en movimientos en los precios de estos activos. Aquí no se considera esta posibilidad y se discuten algunas implicancias más abajo.

- c) **La forma en que el portafolio hubiera sido escogido.** Este punto merece un análisis más detallado. Como fue mencionado, lo que se intenta es cuantificar los costos de una regulación. Por lo tanto, se necesita comparar lo que pasó con lo que hubiera pasado en su ausencia. Para construir esta comparación, se necesita evaluar los escenarios en los cuales las AFPs hubieran escogido su portafolio. Se aproxima este problema considerando varias estrategias que ellas pudieron haber seguido, la más popular corresponde a la construcción de portafolios de mínima varianza, sin embargo también se consideran otros casos como variantes de portafolios eficientes y de VaR (Valor-en-Riesgo).¹²
- d) **La ley de movimientos de activos que se hubiera producido.** La comparación de los rendimientos de las diferentes estrategias de inversión depende de al menos dos dimensiones: los retornos de un portafolio dado y el total de activos invertidos. Denominando W_t^i al total de activos disponibles en el tiempo t cuando se sigue la estrategia i ; su ley de movimiento se encuentra dada por:

$$W_t^i = W_{t-1}^i r_t^i + A_t^i \quad (1)$$

donde A_t^i es la afluencia total recibida durante el período t cuando se sigue la estrategia de portafolio i ,¹³ y r_t^i es el retorno bruto del portafolio escogido en el período t cuando se sigue la estrategia i . El retorno bruto es calculado en base a:

$$r_t^i = x_t' w_{t-1}^i \quad (2)$$

donde x_t es el vector de retornos brutos de los k activos disponibles para inversión y w_{t-1}^i es el k -vector de la participación del portafolio escogido en el período $t-1$. En cada período, las AFPs deben elegir cómo invierten los activos que tienen disponibles. Por lo tanto, se asume que las AFPs eligen sus portafolios dados los instrumentos, los retornos esperados y las volatilidades, restricciones y la función objetivo ha optimizar.

Las reglas básicas que se utilizan para obtener estos datos claves son: los activos totales iniciales son fijados al valor observado en Febrero de 1987, independientes de i , el cual corresponde al primer período disponible para calcular los retornos de activos considerados. Los activos considerados y sus retornos son discutidos arriba.

¹² El Anexo B define y describe brevemente los diferentes enfoques considerados para modelar el portafolio escogido por las AFPs

¹³ La afluencia neta se calcula de (1) utilizando la información de activos totales y retornos del sistema reportados por la Superintendencia de Fondos de Pensiones cada mes. Una descripción metodológica de la valoración de activos puede ser encontrada en la Circular # 1216, Superintendencia de Administradoras de Fondos de Pensiones de Chile, Julio 2002.

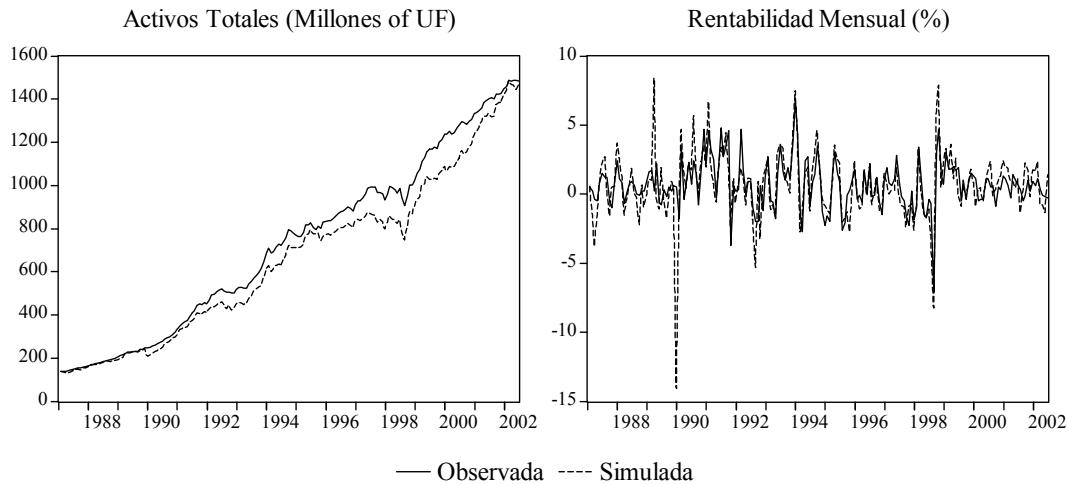
Sin embargo, en la construcción de cada estrategia de portafolio i , se asume que las AFPs hacen sus elecciones basados en las predicciones de retornos y volatilidades y no en los retornos observados ex - post. Estas expectativas son calculadas utilizando ventanas temporales de diferentes tamaños. Esto es, con objeto de estimar los retornos esperados de los activos en el período t , se calcula el vector de retornos promedios y la matriz de covarianzas, utilizando la información entre los períodos $t-1$ y $t-H$, para $H>1$. Si H es mayor y el proceso estocástico seguido por los retornos es persistente, la estimación de primeros momentos no será un buen predictor de los retornos, pero es mejor estimador de segundos momentos. Se exploran varios valores de H .¹⁴ Finalmente, se considera a la secuencia de A_t^i como determinística e independiente de i . Nuevamente, este supuesto podría subestimar los costos de la regulación que limita la inversión, ya que las afluencias netas de los afiliados podrían, de manera muy probable, haber aumentado si los retornos de las inversiones hubieran sido mayor que las observadas.

Previo al reporte de los resultados de los ejercicios, se necesita construir un punto de referencia útil. Dado que en la simulación se asume que las AFPs escogen su portafolio de un subconjunto de los activos considerados en la realidad, se calcula lo que se denomina “Portafolio Simulado”. Este utiliza los factores de ponderación observados en los portafolios, pero construye r en (2), mediante la utilización de los retornos observados sólo de los cuatro instrumentos considerados en el ejercicio. Dado un valor para W_0 , la secuencia de A y x , se construye una secuencia para r y W .

La figura 2 presenta una comparación de la evolución de los activos totales y retornos para el portafolio observado y el portafolio simulado. Ésta muestra que los retornos efectivos de los fondos de pensiones son seguidos de manera cercana por los simulados, utilizando el mismo portafolio en el conjunto de activos restrictivo del ejercicio. Como se esperaba, los activos totales simulados siempre se encuentran bajo los observados, pero los siguen en forma bastante cercana. Esto da cuenta del hecho que las AFPs tienen un mayor número de instrumentos de donde elegir sus portafolios, de manera que nuestros retornos esperados son superados por los retornos efectivos, lo cual era esperado por construcción.

¹⁴ Para los ejercicios numéricos se fija $H=36$ (tres años).

Figura 2: Activos y rentabilidad observada y simulada



Para poder compara los resultados respecto de un escenario base, se evalúan los efectos de los límites en la inversión utilizando los activos y retornos simulados en vez de los observados como referencia. Esto se debe a que en estas simulaciones se considera la evolución de estas variables utilizando un conjunto restringido de activos de donde escoger los portafolios.

Resumiendo, cuando sea posible, se construye un estimador de los costos de límites a la inversión conservador. Por ejemplo, se considera un grupo de instrumentos muy restrictivo de donde las AFPs pueden conformar sus portafolios. Mientras mayor sea la variedad de instrumentos considerados, mayor deberían ser los costos asociados a los límites de inversión. Además, se consideran modelos ingenuos para predecir los retornos esperados y volatilidades. Más aún, no se permiten operaciones de cobertura, lo que una vez más restringe el conjunto de instrumentos. Finalmente en los escenarios contra factuales se considera que los flujos internos netos no han sido influenciados por un mejor desempeño de los fondos.

Sin embargo, existen algunos aspectos que pueden implicar una sobre-estimación de los costos. Por ejemplo, no se consideran los costos de transacción. De acuerdo al modelo, en la ausencia de límites, las AFPs hubieran cambiado sus portafolio de manera más frecuente y más abruptamente que cuando existen límites, y por lo tanto, incurriendo en mayores costos de transacción. Más aún, algunos de los beneficios potenciales de los límites de inversión (particularmente en las etapas iniciales) pueden haber sido sus efectos beneficiosos en el desarrollo de los mercados de capitales locales.

Finalmente, existen otros factores asociados con el tamaño de los fondos de pensiones en el mercado local que no están siendo considerados. Si tuvieran poder de mercado, algo de comportamiento estratégico, no considerado acá, podría haber sido posible. En este sentido, los precios se asumen como invariantes, independientes de las estrategias seguidas por las AFPs. El signo de este efecto en nuestros cálculos de costos es ambiguo. Por un lado, los fondos de pensiones podrían haber tomado ventaja de su poder de mercado, pero por otro lado, esto podría entregar una restricción adicional a la elección de su portafolio.

4 RESULTADOS

Como se discutió arriba, para cuantificar los costos de la regulación se intenta calcular el portafolio que hubiera sido escogido en ausencia de límites de inversión. Con este propósito, se necesita tomar una postura que tome en cuenta la manera en que las AFPs eligen sus portafolios. Como no se conoce un mecanismo explícito, se utilizan varios modelos de elección de portafolios estándar con sus respectivos problemas de optimización. Las tres estrategias para elegir portafolios que se consideran son (sin colas cortas): el portafolio de Mínima-Varianza (portafolio \mathbf{p}), el portafolio de preferencias cuadráticas (portafolio \mathbf{q}), y el portafolio eficiente VaR (portafolio \mathbf{v}).¹⁵

Para cada uno de estos problemas se realizará lo siguiente:

- Primero, se elige el portafolio que es consistente con el modelo correspondiente, sujeto a las restricciones impuestas por los límites de inversión. Para cada período, el retorno esperado del portafolio elegido replica, lo más cercanamente posible, al retorno promedio del portafolio simulado en una ventana temporal de J períodos.¹⁶
 - En el caso del portafolio de mínima-varianza, no existe la necesidad de una restricción adicional a la que pregunta el inversor hipotético de manera de hacer equivalentes el retorno esperado cuando existen límites a la inversión.
 - Para el caso del portafolio de preferencias cuadráticas, se calibra el parámetro B de (B.10) de manera de replicar el retorno promedio observado en la ventana.
 - Para el portafolio eficiente VaR, se fija $\alpha=0,05$ y se calibra el parámetro \overline{VaR} de (B.14) para replicar el retorno promedio observado en la ventana.
- Luego, se considera el problema de optimización sin las restricciones de límites de inversión. Como este problema tiene menos restricciones, se espera que tenga un mejor rendimiento. Por lo tanto, el portafolio escogido aquí calza con la volatilidad esperada del portafolio que hubiera sido escogido sin los límites. Si el riesgo es volatilidad, el portafolio sin límites es elegido de manera que en cada período el portafolio sea expuesto al mismo riesgo que uno sin límites. Esto lleva a :

¹⁵ Ver Anexo B para detalles y definiciones.

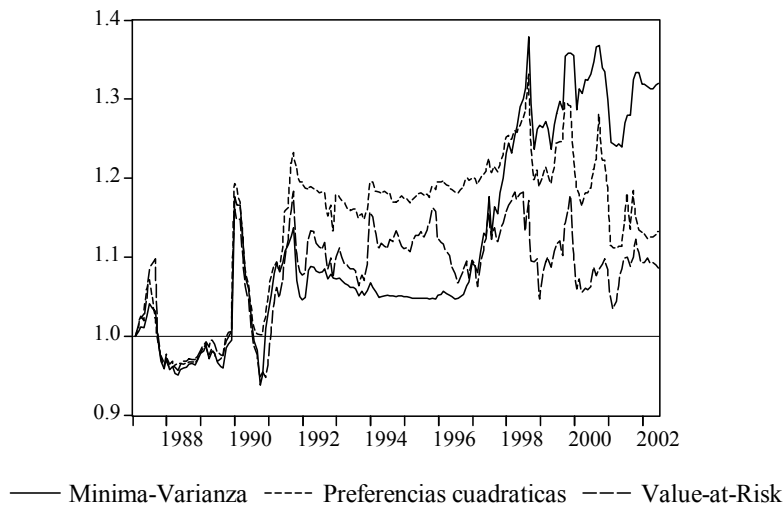
¹⁶ Se fija $J=36$ (promedio de tres años)

- Encontrar el retorno esperado que es necesario para el portafolio sin restricción que calce con la volatilidad esperada del portafolio restringido \mathbf{p} .
- Encontrar el valor de B que es necesario para que calcen la volatilidad esperada del portafolio restringido \mathbf{q} .
- Encontrar el valor de \overline{VaR} que es necesario para calzar la volatilidad esperada del portafolio restringido \mathbf{v} .

Como la estrategia seguida por las Administradoras de Fondos de Pensiones no necesariamente es la misma que las utilizadas en este documento, se realiza cada uno de los ejercicios preguntando a la AFP hipotética por el mismo problema de optimización con y sin límites de manera de aislar el costo de la restricción del resto de las variables que pueden afectar el rendimiento.

La Figura 3 presenta una comparación de la evolución de la razón entre el total de activos obtenidos sin y con límites para cada una de las estrategias. De ésta se desprende que los costos, en términos de las cantidades totales de activos administrados por las AFPs, parecen ser substanciales. En particular, el ejercicio sugiere que con el portafolio de mínima – varianza, al menos 30% más de activos podrían haber estado en el sistema para mediados del 2002 sin aumentar la volatilidad de los retornos. Por lo tanto, los límites a la inversión podrían no sólo haber sido costoso en términos de no permitir la diversificación de riesgo adecuada, sino que también podrían haber tenido un costo en términos de los activos predeterminados. Las figuras obtenidas con otro tipo de estrategias de inversión siguen el mismo patrón general pero implican costos menores. La razón es que los otros tipos de estrategias de inversión tiendan a ser más conservadoras (particularmente en el caso del portafolio eficiente VaR). En cualquier tasa, de acuerdo a estos ejercicios, para el final de la muestra, la cantidad total de activos predeterminados puede haber sido de por lo menos un 10%.

Figura 3: Razón de activos totales (con/sin limites)



En términos de las características de los portafolios que hubieran sido escogidos en cada caso, el modelo predice una participación mayor de instrumentos extranjeros de renta fija y variable que lo observado. Más importante, la elección de la asignación del portafolio en el modelo con límites fue fijada de manera que los retornos esperados (y por lo tanto los activos totales) sea consistente con la trayectoria observada de activos totales y la estrategia de elección de portafolio elegida.

La Tabla 2 presenta otro resumen estadístico que describe la naturaleza de los resultados. Estos sugieren que los costos de los límites de inversión pueden haber sido substanciales. En particular los portafolios consistentes con los límites tienen retornos significativamente menores que los obtenidos en la ausencia de límites sin riesgo creciente (dado que la volatilidad esperada se hace coincidir). Esto es algo que no debe sorprender, ya que como los modelos consideran que el promedio de la participación de las inversiones afuera deberían haber sido más de un 30%, e independiente de la estrategia considerada, los límites pueden haber estado copados un 90% de las veces¹⁷.

Tabla N°2
Costo de los Límites de Inversión

Portfolio	p	q	v
Retorno Promedio Mensual (sin límites) (%)	0.85	0.73	0.70
Desviación Estándar de Retorno Mensual (%)	2.47	2.43	2.57
Retorno Promedio Mensual (con límites) (%)	0.67	0.63	0.61
Porcentaje de Renta Fija Nacional (%)	49.2	51.1	44.8
Porcentaje de Renta Variable Nacional (%)	18.1	16.4	18.9
Porcentaje de Renta Fija Extranjera (%)	18.6	20.1	17.3
Porcentaje de Renta Variable Extranjera (%)	14.0	12.5	19.1
Probabilidad de Copar el Límite (Fija Nacional) (%)	0.0	0.0	0.0
Probabilidad de Copar el Límite (Variable Nacional) (%)	9.7	10.2	4.8
Probabilidad de Copar el Límite (Fija Extranjera) (%)	62.4	66.1	61.3
Probabilidad de Copar el Límite (Variable Extranjera)	90.3	91.9	86.6
Diferencial Promedio (UF por afiliado)	39	30	20
Desviación Estándar de Diferencial (UF por afiliado)	47	23	15
Diferencial Máximo (UF por afiliado)	143	93	55
Impuesto Equivalente (%)	6.5	8.4	5.8

En términos de costos, no sólo los activos totales podrían haber sido al menos un 10% mayores, pero también dependiendo de la estrategia de inversión, el afiliado promedio puede haber perdido más de 20 UF (aproximadamente US\$500). Finalmente, de manera de evaluar los costos en los beneficios de la regulación se realiza una aproximación de primer orden muy sencilla. Como en ambos casos la volatilidad promedio es aproximada, se

¹⁷ Cardinale (2003) encuentra que, en promedio, la participación óptima afuera sería alrededor de un 20%

calcula el valor presente de la utilidad de un afiliado representativo cuando la AFP sigue la estrategia i como:

$$U^i = \sum_{t=0}^T \beta^t u(W_t^i / N_t)$$

donde, β es un factor de descuento (que se fija igual a 0,99), N_t es el número de personas afiliadas al sistema en el período t , y $u(\cdot)$ es una función de utilidad (que se asume logarítmica). El subsidio implícito (impuesto) que haría que el afiliado estuviera indiferente entre que la AFP siguiera la estrategia i o j es:

$$(1 + \tau) = \exp \left[\frac{1 - \beta}{1 - \beta^{T+1}} (U^i - U^j) \right] \quad (3)$$

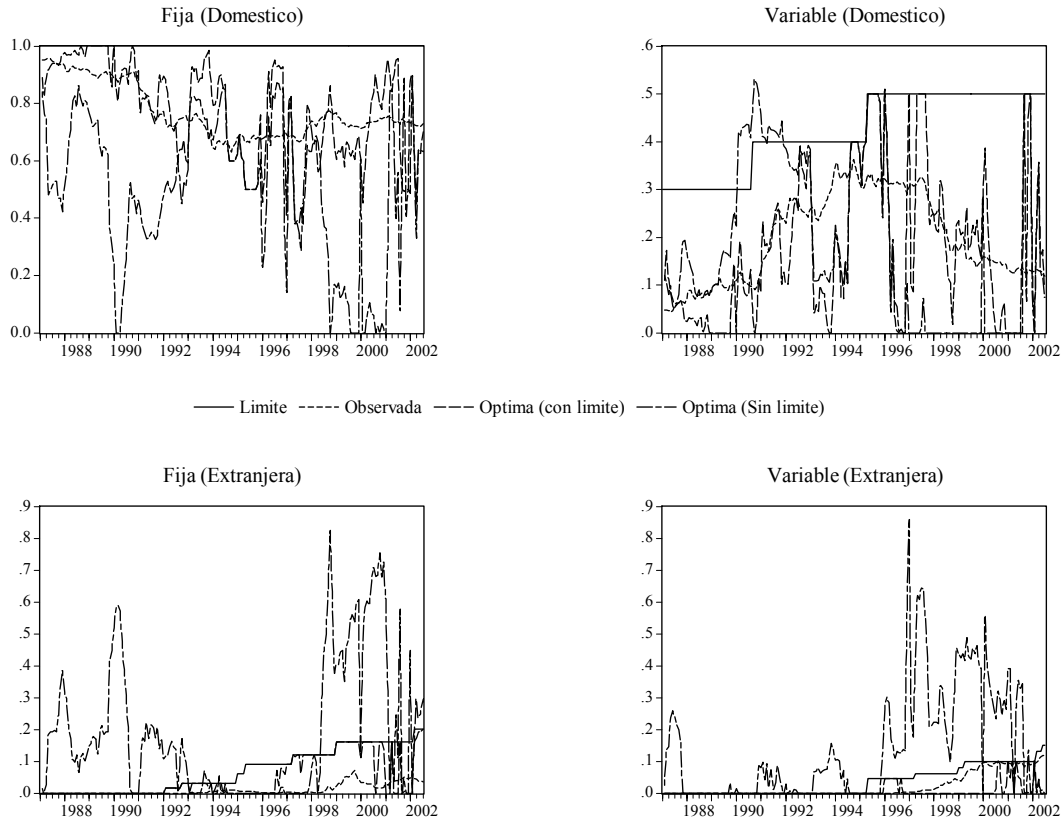
Si $\tau > (<) 0$, el individuo necesitaría un subsidio (impuesto) de τ de su riqueza per cápita si la estrategia j es seguida. En nuestro caso, se calcula este valor de manera que sea equivalente a aplicar un impuesto de más de un 5% de la riqueza per cápita del afiliado. Probablemente este número es una cota inferior por otro factor importante, (3) se construye asumiendo que al secuencia de activos per cápita es determinística. En realidad, esta variable es estocástica y no estacionaria. Por lo tanto, los costos podrían ser mayores porque este modelo calza la volatilidad de los retornos y no del total de activos.

A pesar de que se construye un portafolio óptimo con límites de manera que el retorno esperado calce con el retorno promedio del portafolio simulado, la composición del portafolio escogido puede diferir del observado en la práctica. La Figura 4 presenta una comparación entre las participaciones de portafolio en cada uno de los cuatro instrumentos. Con propósitos ilustrativos, los límites y las participaciones actuales de portafolio también son incluidos¹⁸.

Pese a que los porcentajes invertidos obtenidos con el modelo por tipo de instrumento, con límites, siguen el comportamiento de las participaciones que las AFPs efectivamente han invertido, nuestras participaciones son mucho más volátiles. Candidatos para explicar el exceso de volatilidad de las participaciones de portafolios son: En nuestro ejercicio, los costos de transacción en el ajuste de los portafolios están ausentes; esto hace que el portafolio cambie con un costo menor. Mientras los costos de transacción pueden explicar alguna persistencia de la distribución del portafolio, algunas otras características pueden estar jugando. Una de ellas es la elección del largo de la ventana temporal con la que son calculados el vector de retornos esperados y la matriz de covarianza condicional (los parámetros H y J discutidos anteriormente); como se ha fijado en 36 meses (tres años), la información utilizada en la “predicción” de los retornos futuros no es muy precisa. Esto es, si los retornos fueran relativamente persistentes, los retornos promedios observados en los últimos tres años pueden no ser buenos candidatos para predecir los retornos del próximo mes.

¹⁸ El resultado para los portafolios q y v son cualitativamente similares y no son incluidas pero se encuentran disponibles si son solicitadas.

Figura 4: Distribución de portafolio implícita por el modelo p''



Luego se considera cuan importante es el hecho que en la práctica, los portafolios actualmente elegidos tienen trayectorias mucho más suaves que los elegidos por el modelo utilizado. Con este objeto, se considera una estrategia de portafolio en la cual las AFPs eligen su portafolio como promedios ponderados entre los portafolios óptimos (presentados en la figura 4) y el portafolio elegido en el período anterior. Luego, si se denota por w_t^i al portafolio óptimo elegido siguiendo a la estrategia i en el período t , se calcula el portafolio suavizado como:

$$\tilde{w}_t^i = \gamma \cdot \tilde{w}_{t-1}^i + (1 - \gamma) \cdot w_t^i \quad (4)$$

y se fija $\tilde{w}_1^i = w_1^i$ (para $0 \leq \gamma \leq 1$). Con $\gamma = 1$, el portafolio escogido es constante (e igual al portafolio inicial); con $\gamma = 0$, el portafolio escogido es igual al óptimo. Luego, mientras más cercano se encuentre γ a 1, más suaves serán los cambios en la distribución del portafolio.

Tabla N°3
Resultados para Distintos Niveles de Costo de Transacción

γ	0.25	0.50	0.75
Retorno Promedio Mensual (sin límites) (%)	0.82	0.77	0.73
Desviación Estándar de Retorno Mensual (%)	2.46	2.46	2.47
Retorno Promedio Mensual (con límites) (%)	0.64	0.60	0.54
Porcentaje de Renta Fija Nacional (%)	49.2	49.3	49.6
Porcentaje de Renta Variable Nacional (%)	18.1	18.1	18.1
Porcentaje de Renta Fija Extranjera (%)	18.6	18.5	18.3
Porcentaje de Renta Variable Extranjera (%)	14.1	14.1	14.1
Probabilidad de Copar el Límite (Fija Nacional) (%)	0.0	0.0	0.0
Probabilidad de Copar el Límite (Variable Nacional) (%)	5.9	5.9	4.8
Probabilidad de Copar el Límite (Fija Extranjera) (%)	62.4	64.5	66.1
Probabilidad de Copar el Límite (Variable Extranjera)	89.8	91.4	91.9
Diferencial Promedio (UF por afiliado)	38	37	37
Desviación Estándar de Diferencial (UF por afiliado)	44	41	40
Diferencial Máximo (UF por afiliado)	138	128	122

La tabla 3 presenta los resultados de diferentes valores de γ . Como se esperaba, mientras menor el valor de este parámetro, más cercano es el modelo al portafolio óptimo y mayores son los costos de los límites a la inversión. Luego, mientras mayores sean los costos de transacción, más anclados se encuentran los portafolios, y por ende, menores son los costos de la regulación. Cabe destacar que ambos, los retornos esperados y los costos de los límites a la inversión, son funciones decrecientes de γ . En cualquier tasa, aún con colocaciones de un portafolio muy ancladas ($\gamma = 0.75$), el resultado principal del trabajo se mantiene y los costos estimados de los límites parece ser substancial.¹⁹

5 CONCLUSIONES

Desde su creación en 1981, las Administradoras de Fondos de Pensiones en Chile no han tenido libertad para elegir sus portafolios óptimos de inversión debido a la regulación a los límites de inversión. El diagnóstico implícito con la limitación de los límites fue que el mercado de capitales Chileno no era suficientemente profundo y que existía una importante demanda por los fondos para financiar la expansión del sector interno, y esto se suma a los problemas principal-agente, por lo cual la protección de afiliados desinformados era necesaria.

Como esta regulación ocasiona una combinación ineficiente de riesgo y retorno, este trabajo intenta cuantificar estos costos. Con este propósito, se construyen escenarios contra factuales para la evolución de los activos y retornos que las AFPs hubieran administrado si la regulación estuviera ausente. En la construcción de este escenario contra factual se intentó ser lo más conservador posible. Por lo cual se considera que los costos calculados

¹⁹ De hecho, como lo sugiere la Tabla 3, las diferencias en colocaciones de portafolios no son substanciales y la trayectoria de la razón entre activos con y sin límites se encuentra de acuerdo a lo reportado en la figura 3.

son probablemente cotas inferiores, porque se ha tratado de construir escenarios en los cuales si existe un sesgo este tendería a subestimar los costos.

Los resultados sugieren que los costos pueden haber sido substanciales y que en la ausencia de los límites, los activos totales manejados por las AFPs podrían haber sido al menos 10% mayores, que los afiliados a los fondos de pensiones podrían haber sido expuestos a mayor volatilidad, que los límites de inversión pueden haber sido obligatorias aproximadamente un 90% de las veces, que en promedio cada afiliado perdió entre US\$500 y US\$1.000, y que la regulación puede ser pensada como un impuesto de más de un 5% a la riqueza de los afiliados.

Con todo, cabe destacar que el análisis se abstrae de cualquier endogeneidad posible con respecto al rol de los fondos de pensiones en el desarrollo del mercado de capitales local, el cual puede haber sido crucial en las etapas iniciales.

REFERENCIAS

- [1] Arrau, P. and R. Chumacero (1998). "Tamaño de los Fondos de Pensiones en Chile y su Desempeño Financiero," *Cuadernos de Economía* 105, 205-35.
- [2] Bernheim, D. (1998). "Financial Illiteracy, Education, and Retirement Savings," in O. Mitchell and S. Schieber (eds), *Ling with Defined Contribution Plans*. University of Pennsylvania Press, 38-68.
- [3] Brandimarte, P. (2002). *Numerical Methods in Finance: A MATLAB-Based Introduction*. John Wiley & Sons.
- [4] Campbell, J., A. Lo, and C. MacKinlay (1997). *The Econometrics of Financial Markets*. Princeton University Press.
- [5] Cardinale, M. (2003). "Optimal Portfolio Allocations and Funded Pension Systems: The Case of Chile," Watson Wyatt Technical Paper 2003- GP02, Imperial College Management School.
- [6] Cheyre, H. (1991). *La Previsión en Chile Ayer y Hoy*. Second Edition. Centro de Estudios Públicos.
- [7] Corbo, V. and K. Schmidt-Hebbel (2003). "Efectos Macroeconómicos de la Reforma de Pensiones en Chile. Resultados y Desafíos de las Reformas a las Pensiones," Federación Internacional de Administradoras de Fondos de Pensiones. Edited by CIEDESS.
- [8] D'ambrosio, M. (2003). "Ignorance is not Bliss: The Importance of Financial Education," *Contractual Savings Conference: Supervisory and Regulatory Issues in Private Pensions and Life Insurance*, The World Bank, Washington DC.
- [9] D.L. No 3.500 (1980). Regulations D.L. 3.500 and D.F.L. No 101 (Updated Text - February 2002)
- [10] Dowd, K. (1998). *Beyond Value at Risk: The New Science of Risk Management*. Wiley & Sons.
- [11] Gourieroux, C., J. Laurent, and O. Scaillet (2000). "Sensitivity Analysis of Values at Risk," *Journal of Empirical Finance* 7, 225-45.
- [12] Huang, C. and R. Litzenberger (1988). *Foundations for Financial Economics*. Prentice Hall.
- [13] Johnson, C. (2001). "Value-at-Risk: Teoría y Aplicaciones," *Estudios de Economía* 28, 217-47.
- [14] Lai, T., K. Wang, S. Chan, and D. Lee (1992). "A Note on Optimal Portfolio Selection and Diversification Benefits with Short Sale Restrictions on Real Estate Assets," *Journal of Real Estate Research* 7, 493-501.
- [15] LeRoy, S. and J. Werner (2001). *Principles of Financial Economics*. Cambridge University Press.

- [16] Shiller, R. (2002). "Indexed Units of Account: Theory and Assessment of Historical Experience," in F. Lefort and K. Schmidt-Hebbel (editors), *Indexation, Inflation, and Monetary Policy*, Series on Central Banking, Analysis, and Economic Policies 2, Central Bank of Chile.
- [17] Superintendence of Pension Funds (2003), *The Chilean Pension System Based on Individual Capitalization*. Fourth Edition. Edited by Alejandro Ferreiro.
- [18] Valdés, S. (1997). "Financing a Pension Reform toward Private Funded Pensions," in S. Valdés-Prieto (editor), *The Economic of Pensions*, Cambridge University Press.
- [19] Valdés, S. and M.C. Ramirez (1999). "Herding in DC Pension Funds: Regulation or Market Forces?," *Manuscript*, Instituto de Economía, Pontificia Universidad Católica de Chile.
- [20] Vittas, D. (1996) "Pension Funds and Capital Markets," *Financial Sector Development Note No71*, The World Bank, Washington, DC.
- [21] Walker, E. (1993a). "Desempeño Financiero de las Carteras Accionarias de los Fondos de Pensiones en Chile. ¿Ha tenido Desventajas ser Grandes?," *Cuadernos de Economía* 89, 34-75.
- [22] Walker, E. (1993b). "Desempeño Financiero de las Carteras de Renta Fija de los Fondos de Pensiones en Chile. ¿Ha tenido Desventajas ser Grandes?," *Cuadernos de Economía* 89, 34-75.
- [23] Walker, E. and E. Valk (1995). "La Inversión de los Fondos de Pensiones. Historia, Normativa y Resultados." in S. Baeza and F. Margozzini (eds.) *Quince Años Después. Una Mirada al Sistema Privado de Pensiones*. Centro de Estudios Públicos, 131-164.
- [24] Zurita, S. and C. Jara (1999). "Desempeño Financiero de Fondos de Pensiones," *Estudios Públicos* 74, 227-54.

A LOS DATOS

La información de los portafolios de las AFPs (por instrumento de inversión) se encuentra disponible desde 1981. Estos instrumentos fueron agrupados en cuatro categorías: renta fija nacional, renta variable nacional, renta variable extranjera y renta fija extranjera. La primera categoría incluye los instrumentos emitidos por el estado, letras hipotecarias, depósitos, bonos y títulos garantizados por instituciones financieras, y bonos de corporaciones públicas y privadas. El segundo incorpora acciones de empresas abiertas, acciones de bienes raíces corporativos, y fondos de inversiones nacionales. La tercera categoría comprende fondos de inversiones internacionales, acciones emitidas por empresas extranjeras y fondos mutuos internacionales. En inversiones de renta fija extranjera se incluyen títulos de créditos, y títulos negociables emitidos por estados extranjeros, bancos extranjeros o bancos centrales, y bonos emitidos por empresas extranjeras.

Los precios representativos para las cuatro categorías fueron aproximados por: Índice General de Precios de Acciones Chileno (IGPA) para los instrumentos de renta variable nacional, deflactado por un índice que da cuenta de la inflación pasada (conocida como la Unidad de Fomento, UF).²⁰ En el caso de los instrumentos de renta fija nacional, los precios fueron calculados utilizando la tasa de interés para Pagarés del Banco Central con madurez de 8 años (PCR8). Para instrumentos de renta variable extranjera el precio de referencia utilizado es el DOWJONES y para los de renta fija extranjera, se construyó un índice basado en todos los bonos para Estados Unidos. En todos los casos, los retornos son expresados en términos de Ufs; que para el caso de activos extranjeros implica que también se utiliza la tasa de cambio observada del Banco Central de Chile.

²⁰ Ver Shiller (2002) para una discusión de la utilización de la UF Chilena y unidades de indexación alrededor del mundo.

B ELECCIÓN DE PORTAFOLIO

Este anexo define las variadas estrategias para la elección del portafolio utilizadas en este documento. Se comienza considerando el modelo convencional CAPM y otras estrategias derivadas de funciones objetivo cuadráticas, y luego se consideran el modelo creciente en popularidad, Valor-en-Riesgo.

B.1 FUNCIONES DE PÉRDIDA CUADRÁTICAS

Siguiendo a Campbell et al (1997), sean n activos riesgosos con vector de medias m y matriz de covarianzas V . Se defina w_a como el n -vector de ponderación de portafolio para un portafolio arbitrario a con las ponderaciones sumando uno. El portafolio a tiene un retorno promedio de $\mu_a = w'_a m$ y varianza $w'_a V w_a$.

Definición 1 *El portafolio p es el portafolio de mínima varianza dentro de los portafolios con retorno medio de μ si su vector de ponderaciones es la solución al siguiente problema de optimización restringido:*

$$\min_w \frac{1}{2} w' V w \quad (\text{B.1})$$

sujeto a:

$$w' m = \mu \quad (\text{B.2})$$

$$w' \mathbf{1} = 1 \quad (\text{B.3})$$

Para resolver este problema se forma la función Lagrangeano L_1 , se diferencia con respecto a w , se hacen las ecuaciones resultantes iguales a cero, y luego se resuelve para w .

$$L_1 = \frac{1}{2} w' V w + \lambda_1 (\mu - w' m) + \lambda_2 (1 - w' \mathbf{1}),$$

donde $\mathbf{1}$ es un n -vector de unos y λ_1 y λ_2 son los multiplicadores de Lagrange de (B.2) y (B.3) respectivamente.

Las condiciones de primer orden para este problema son:

$$V w_p - \lambda_1 m - \lambda_2 \mathbf{1} = 0 \quad (\text{B.4})$$

Combinando (B.2), (B.3) y (B.4) se encuentra la solución

$$w_p = G + H \mu \quad (\text{B.5})$$

donde G y H son n -vectores,

$$G = \frac{1}{D} [B V^{-1} \mathbf{1} - A V^{-1} m]$$

$$H = \frac{1}{D} [C V^{-1} m - A V^{-1} \mathbf{1}]$$

y $A = t'V^{-1}m$, $B = m'V^{-1}m$, $C = t'V^{-1}t$, y $D = BC - A^2$.

El portafolio óptimo (B.5) admite colas-cortas (algunos de las ponderaciones pueden ser negativos).. Cuando no se permiten colas-cortas, la función Lagrangeana es:

$$L_2 = \frac{1}{2}w'Vw + \lambda_1(\mu - w'm) + \lambda_2(1 - w't) + w'\delta,$$

donde δ es un n -vector de multiplicadores de Lagrange impuestos por las restricciones $w \geq 0$. (B.6)

Las condiciones de primer orden para este problema:

$$Vw_p - \lambda_1 m - \lambda_2 t + \delta = 0 \quad (B.7)$$

junto con (B.2), (B.3) y las condiciones de relajación

$$\delta_i w_i = 0 \quad \text{para } i = 1, \dots, n$$

son utilizadas para resolver el portafolio de mínima varianza cuando colas-cortas no son permitidas (Lai et al, 1992).

Si un activo libre de riesgo es introducido, las ponderaciones de los activos de alto riesgo del portafolio no se encuentran restringidos a sumar 1, ya que $(1 - w't)$ puede ser invertido en el activo libre de riesgo.

Definición 2 Dado f , el retorno de un activo libre de riesgo, el portafolio c es el portafolio de mínima varianza dentro de todos los portafolios con retorno medio μ , si su vector de ponderaciones de portafolio es la solución del problema de minimización de (B.1) sujeto a:

$$w'm + (1 - w't)f = \mu \quad (B.8)$$

Para resolver este problema, se forma la función Lagrangeana L_3 , se diferencia con respecto a w , se igualan las ecuaciones resultantes a cero, y luego se resuelve para w .

$$L_3 = \frac{1}{2}w'Vw + \lambda_1(\mu - w'm - (1 - w't)f),$$

donde λ_1 es el multiplicador de Lagrange de (B.8).

Las condiciones de primer orden para este problema son:

$$Vw_c - \lambda_1(m - ft) = 0,$$

que combinadas con (B.8) entregan:

$$w_c = JV^{-1}(m - ft), \quad (B.9)$$

donde,

$$J = \frac{\mu - f}{(m - ft)'V^{-1}(m - ft)}$$

Cuando se permiten colas-cortas el problema restringido de optimización debe ser modificado para garantizar que (B.6) y $w't \leq I$ se cumplan.

Si el riesgo es igualado con la volatilidad, el problema del portafolio de mínima varianza se asemeja al problema de optimización en el cual un agente maximiza la utilidad esperada con preferencias cuadráticas (ver Brandimarte, 2002; Huang y Litzenberg, 1998; o LeRoy y Werner, 2001).

Definición 3 *El portafolio q es el portafolio óptimo con preferencias cuadráticas si su vector de ponderaciones de portafolio es la solución a la siguiente optimización restringida:*

$$\max_w w'm - \frac{1}{2}Bw'Vw \quad (B.10)$$

sujeto a (B.2) y (B.3).

En este caso, B es un parámetro relacionado con la aversión al riesgo, mientras mayor su valor, mayor es la aversión al riesgo. La solución a este problema es:

$$w_q = \frac{1}{B}V^{-1}(m - Dt), \quad (B.11)$$

donde,

$$D = \frac{A - B}{C}.$$

Si no se permiten colas-cortas, se procede como se discutió anteriormente.

Definición 4 *Dado un activo f libre de riesgo, el portafolio s es el portafolio óptimo con preferencias cuadráticas si su vector de ponderaciones es la solución al siguiente problema de optimización restringido:*

$$\max_w w'm + (1 - w't)f - \frac{1}{2}Bw'Vw \quad (B.12)$$

sujeto a (B.8).

La solución a este problema es:

$$w_s = \frac{1}{B}V^{-1}(m - ft).$$

Como en el caso anterior, cuando no se permiten colas-cortas, se procede mediante la minimización de (B.12) sujeto a (B.6).

B.2 VALOR-EN-RIESGO

Valor-en-Riesgo se ha vuelto una herramienta clave para el manejo de riesgo de instituciones financieras. Usualmente definido como la pérdida esperada máxima sobre un período de tiempo y un nivel de significancia dado, intenta entregar medidas de riesgo cuantitativas y sintéticas.²¹

Seguendo a Gorieroux et al (2000), si P_t es la distribución condicional de precios futuros de activos dada la información existente y se considera una probabilidad de pérdida de α , el Valor-en-Riesgo $[VaR(w, \alpha)]$ es definido como:

$$P_t[W_{t+1}(w) - W_t(w) + VaR_t(w, \alpha) < 0] = \alpha .$$

En particular, si el VaR es calculado mediante el supuesto de normalidad de los retornos, con media condicional m_t y matriz de covarianza V_t , entonces:

$$VaR_t(w, \alpha) = -w'm_t + (w'V_t w)^{1/2} z_{1-\alpha} ,$$

con $z_{1-\alpha}$ el cuantil de nivel $1-\alpha$ de la distribución normal..

Definición 5 *El portafolio v es el portafolio eficiente VaR si su vector de ponderaciones de portafolio es la solución a la siguiente optimización restringida:*

$$\max_w w'm \tag{B.13}$$

sujeto a (B.8) y

$$VaR(w, \alpha) = \overline{VaR} \tag{B.14}$$

Este portafolio es una función de la probabilidad de pérdida, α y la frontera considerada, \overline{VaR} , y cumple las siguientes condiciones de primer orden:

$$\begin{aligned} m &= -\lambda_t \frac{\partial VaR_t}{\partial w}(w, \alpha), \\ VaR_t(w, \alpha) &= \overline{VaR} \end{aligned} \tag{B.15}$$

donde λ_t es el multiplicador de Lagrange de la restricción (B.14) y si se mantiene el supuesto de gaussianidad:

$$\frac{\partial VaR_t}{\partial w} = -m_t + \frac{V_t w}{(w'V_t w)^{1/2}} z_{1-\alpha} .$$

²¹ Ver Dowd (1998) y Johnson (2001) para más detalles.

Las condiciones planteadas en (B.15) forman un sistema no lineal de ecuaciones que puede ser resuelto para obtener el portafolio eficiente VaR. Si no se permiten colas cortas, se resuelve el problema de optimización restringido en el cual las restricciones (B.3) y (B.6) son incluidas.